Über die Potenzsummen komplexer Zahlen und die entsprechende Bernoulli'sche Funktion

Von

Dr. Osias Gruder (Wien)

(Vorgelegt in der Sitzung am 11. Mai 1916)

1.

Hurwitz hat in einer fundamentalen Abhandlung im 51. Bande der Mathematischen Annalen[1] Zahlen eingeführt, welche, ihrer Definition nach, eine entsprechende Stellung in der Theorie der Gauß'schen komplexen ganzen Zahlen einnehmen, wie die Bernoulli'schen Zahlen in der Theorie der reellen ganzen Zahlen. Hurwitz geht von der Gleichung aus:

$$\sum \frac{1}{r^{2n}} = \frac{(2\pi)^{2n}}{(2n)!} B_n, \quad n = 1, 2, 3\ldots,$$

wobei die Summe über alle positiven und negativen reellen ganzen Zahlen r mit Ausschluß der Null zu erstrecken ist[2] und die Zahl π als Wert des Integrals

---

[1] A. Hurwitz, Über die Entwicklungskoeffizienten der lemniskatischen Funktionen. Mathem. Annalen, Bd. 51, p. 196 bis 226.

[2] Im folgenden soll von der Bezeichnungsweise der von E. Lucas, Cesaro, Frobenius und Anderen ausgebildeten symbolischen Theorie der Bernoulli'schen Zahlen Gebrauch gemacht werden, welche $(-1)^{n-1} B_{2n}$ an Stelle des obigen B_n setzt und einerseits ein Vorzeichen den Bernoulli'schen Zahlen zuspricht, andrerseits den Wert $B_1 = -\frac{1}{2}$ einführt. Die Formeln dieser Theorie zeichnen sich durch eine besondere Kürze und Eleganz aus.