

Über eine Erweiterung des Begriffes der konvexen Funktionen mit einer Anwendung auf die Theorie der konvexen Körper

Von

Johann Radon in Wien

(Vorgelegt in der Sitzung am 9. März 1916)

Die folgenden Betrachtungen sind hervorgegangen aus dem Bestreben, einige Probleme über konvexe Funktionen zu lösen, die ihrem Wesen nach in das Gebiet der Variationsrechnung fallen, sich aber den Methoden derselben entziehen. Frank und Pick¹ haben derartige Probleme betrachtet und gelöst und später hat Blaschke,² anknüpfend an einen Gedanken von Pick, eine Integraldarstellung der positiv-konvexen Funktionen angegeben, die sich für die Lösung der fraglichen Aufgaben eignet. Der Versuch nun, etwas allgemeinere Probleme mit der Blaschke'schen Darstellung zu behandeln, führte zu einer Verallgemeinerung derselben, die sich kurz dahin aussprechen läßt, daß die p -te Potenz einer positiv-konvexen Funktion ($p \geq 1$) durch die p -ten Potenzen der Blaschke'schen Darstellungsfunktionen mit Hilfe einer linearen Integraloperation dargestellt werden kann. Die Frage nach der allgemeinsten dieser Darstellung fähigen Funktionenklasse ergab Funktionen, die ich als »konvex p -ter Stufe« bezeichne. Demgemäß beginnen die folgenden Erörterungen mit der Definition dieser Funktionen und führen über die Herleitung ihrer wichtigsten Eigenschaften zu der genannten Integraldarstellung, welche dann zur Lösung des einfachsten

¹ Insbes. Math. Annalen, Bd. 76, p. 354 ff.

² Comptes rendus, t. 158 (1914), p. 1149 ff.