Die Spaltung des Kontinuums in c im L. Sinne nichtmeßbare Mengen

Von

Celestyn Burstin in Wien

(Vorgelegt in der Sitzung am 17. Februar 1916)

In dieser Note wird die Möglichkeit der Wohlordnung des Kontinuums vorausgesetzt; es soll also c einem Aleph gleich sein, z. B. dem $\aleph_\mu$. Wir werden zeigen, daß unter dieser Voraussetzung das Kontinuum in $\aleph_\mu$ Mengen, welche im L. Sinne nichtmeßbar sind, sich spalten läßt.

G. Hamel hat gezeigt,[1] daß man die Existenz einer Basis aller Zahlen des Kontinuums unter der Voraussetzung der Wohlordnung des Kontinuums beweisen kann. Unter einer Basis aller reellen Zahlen versteht man folgendes: Es gibt eine Menge $\mathfrak{B}$ von Zahlen $a, b, c, \ldots$, derart, daß sich jede Zahl x in einer und nur einer Weise in der Form

$$x = \alpha a + \beta b + \gamma c + \ldots$$

darstellen läßt, wo die Zahlen $\alpha, \beta, \gamma, \ldots$ rationale Zahlen sind, und wo aber in jedem einzelnen Falle nur eine endliche Anzahl von denselben von Null verschieden ist.

1. Satz: Jede Menge $\mathfrak{B}$ ist von der Mächtigkeit des Kontinuums.

Beweis: Bezeichnen wir mit $\aleph_\nu$ die Mächtigkeit der Menge $\mathfrak{B}$, so ist jedenfalls $\aleph_\nu \leqq \aleph_\mu$. Wir wollen zeigen, daß $\aleph_\nu = \aleph_\mu$ ist.

---

[1] G. Hamel, Math. Annalen, *60*, p. 459.